

## Използване на динамични чертежи при преподаване на тригонометрични функции на обобщен ъгъл в XI клас-ЗП

Гергана Герасимова  
ГПЧЕ „Йордан Радичков”, гр. Видин  
E-mail: gergana0459@yahoo.com  
гр. Видин-3700, ул. „Дунавска”, 40, ет. 1

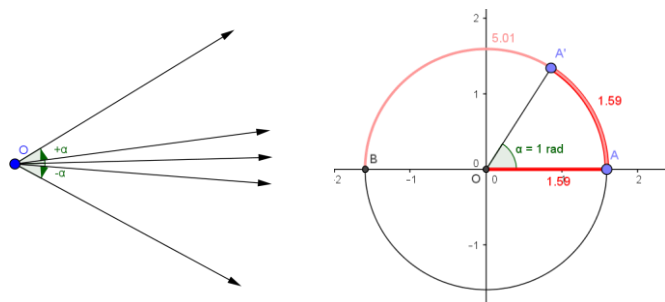
Приоритети за развитието на съвременния човек са знанията и уменията по математика и информационни технологии. Главна цел на учителя е повишаване качеството на обучение, иновативност и стремеж към непрекъснато усъвършенстване методиката на преподаване, съобразно ДОО и учебните програми. Водеща е идеята за творчески подход и оптимизиране на учебното съдържание, за създаване на подходящ и достъпен начин за усвояването му, за развиване на ученическите способности.

Понятието „*функция*”, преподавано по традиционния начин се възприема като абстрактно. Създадените с *Geo Gebra* динамични чертежи са атрактивни и дават възможност за визуализиране и изследване на обектите и техните свойства.

### Ще представя етапи от уроци, в които е използван динамичен софтуер.

Учениците не познават програмата. Часовете се провеждат в класни стаи с мултимедия. За новите понятия се представят чертежи, върху които учениците разсъждават и отговарят на поставените им въпроси. След прецизен анализ на изчертаните графики, част от тях успяха да формулират някои свойства на тригонометричните функции и сами да стигнат до зависимостите между тях.

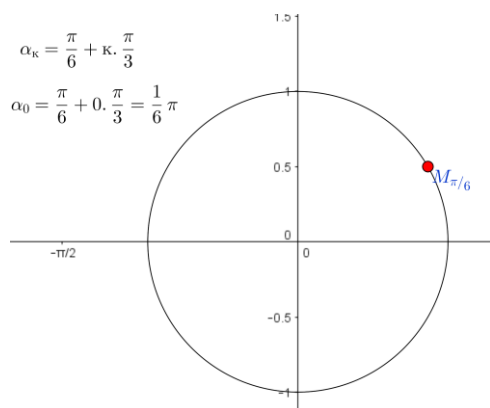
### 1. Насочен ъгъл-определение. 2. Радианна мярка на ъгъл.



След въвеждане на тези понятия и превръщане на градусни мерки в радиани и обратно, бяха дадени следните задачи:

**Задача 1.** Изобразете върху единичната окръжност точките, които съответстват на

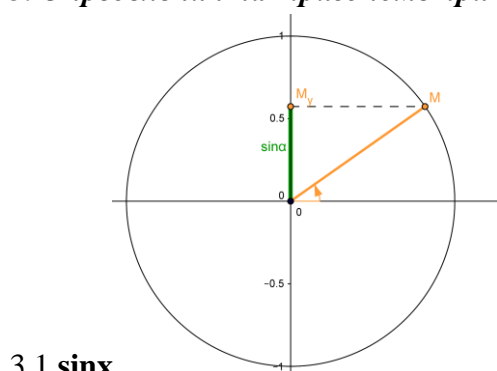
ъглите  $\frac{\pi}{6} + \kappa \frac{\pi}{3}$ ,  $\kappa \in \mathbb{Z}$ , докато точките започнат да се повтарят.



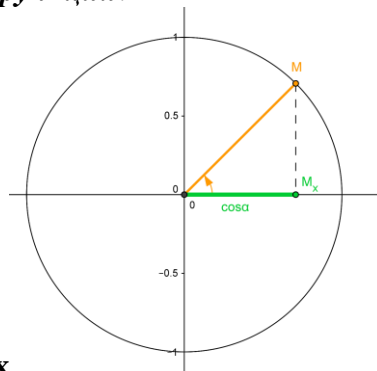
**Задача 2.** Запишете с една формула ъглите, определени от точките  $M_{\frac{\pi}{3}}, M_{\pi}, M_{\frac{5\pi}{3}}$ .

Ползвайки динамичния чертеж от предната задача, лесно се съобразява, че тези точки делят окръжността на три равни дъги, всяка от тях с мярка  $\frac{2\pi}{3} rad$ . Ъглите може да се запишат с формулата  $x = \frac{\pi}{3} + 2k \frac{\pi}{3}, (k = 0, 1, 2)$ .

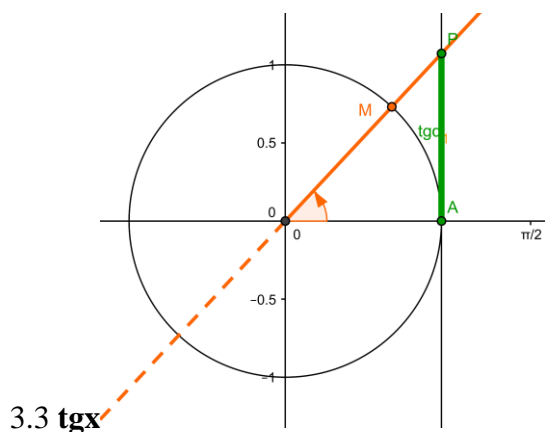
### 3. Определения на тригонометричните функции.



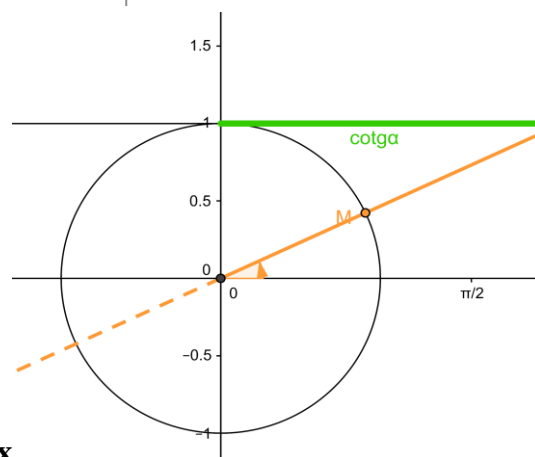
3.1.  $\sin x$



3.2.  $\cos x$



3.3.  $\tan x$



3.4.  $\cot x$

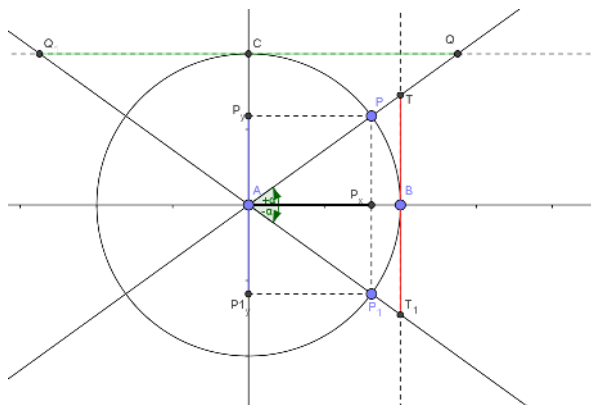
**Задача 3.** Определете за кои стойности на  $x$ : а)  $\sin x = 0$ ; б)  $\cos x = 0$ .

Учениците обобщиха ъглите:  $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ,  $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ .

Решението на тази задача бе използвано за определяне на допустимите стойности на променливата на функциите  $\tan x$  и  $\cot x$ .

#### 4. Свойства на тригонометричните функции.Графики.

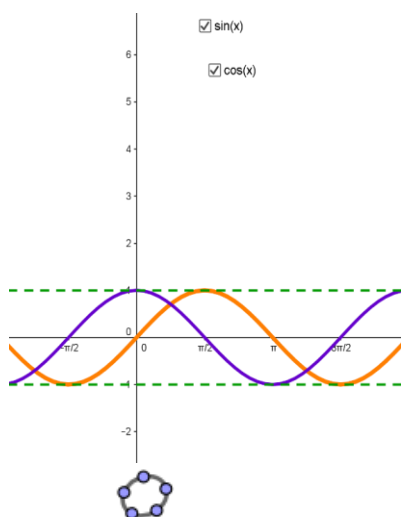
##### 4.1. Четни и нечетни функции.



След разглеждане на няколко примера от алгебрични функции и използване на горните определения,бяха направени изводи от еднаквостта на триъгълници и знаци на координатите на точки в съответните квадранти.

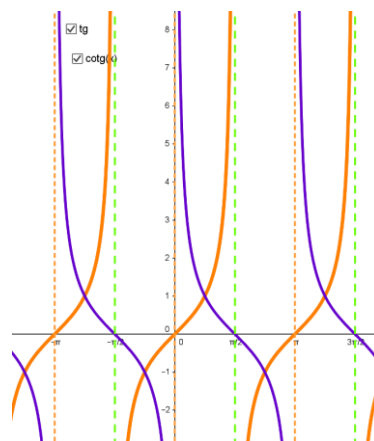
##### 4.2 Графики и периодичност:

а)  $y=\sin x$ , б)  $y=\cos x$



период\_sin\_cos.ggb

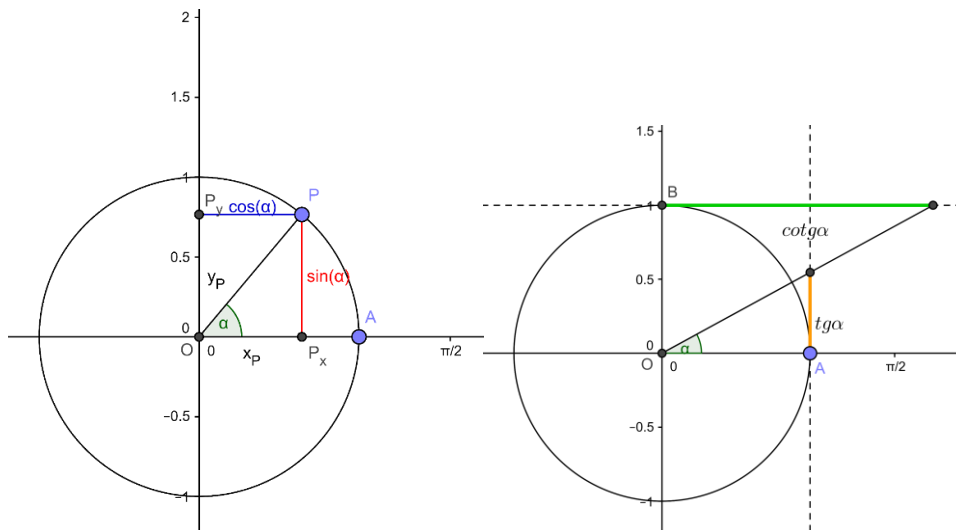
в)  $y=\tan x$ , г)  $y=\cot x$



За изчертаването на графиката на  $y=\sin x$  бе използвана таблица. Специално внимание бе обърнато на **допустимите стойности** на променливата на функциите  **$\tan x$**  и  **$\cot x$** ,разгледани в **задача 3**.

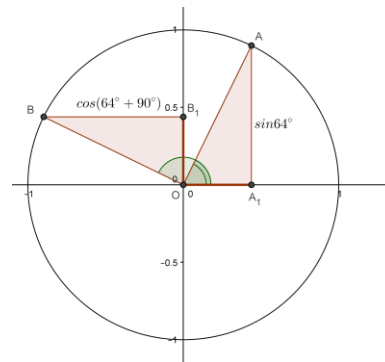
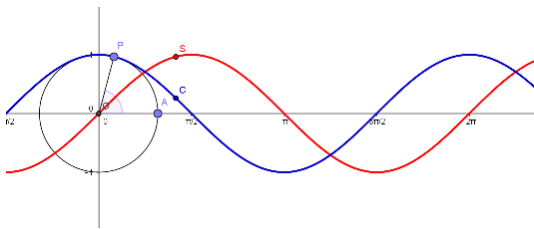
За домашна работа бе зададено чертане на графика по избор като се използват свойствата четност и нечетност. Част от учениците успяха да се справят с поставената задача- $y=\cos x, x \in [-\pi, \pi]$ -четна функция с графика симетрична спрямо  $O_y$ ., $y=\sin x$ -нечетна-графиката в интервала  $[-\pi, 0]$  е симетрична на графиката ѝ в  $[0, \pi]$  относно началото на координатната система.

4.3. Монотонност. Изводите бяха направени от динамични чертежи и знаците на тригонометричните функции в отделните квадранти.



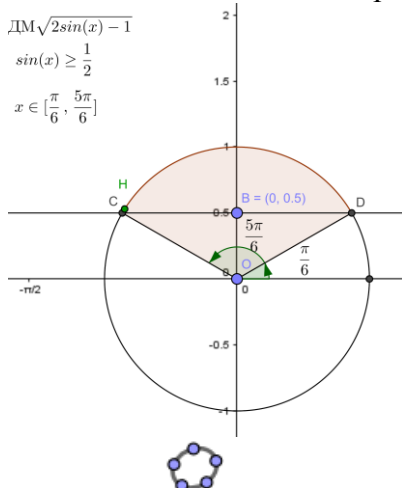
### 5. Тригонометрични функции на ъгли, различаващи се с кратно на $90^\circ$ .

След анализиране на чертежа се вижда, че при трансляция с вектор  $OM_{\frac{\pi}{2}}$  двете графики съвпадат. Извод за основните зависимости следва и от еднаквостта на триъгълниците в чертежа с градусни мерни единици.



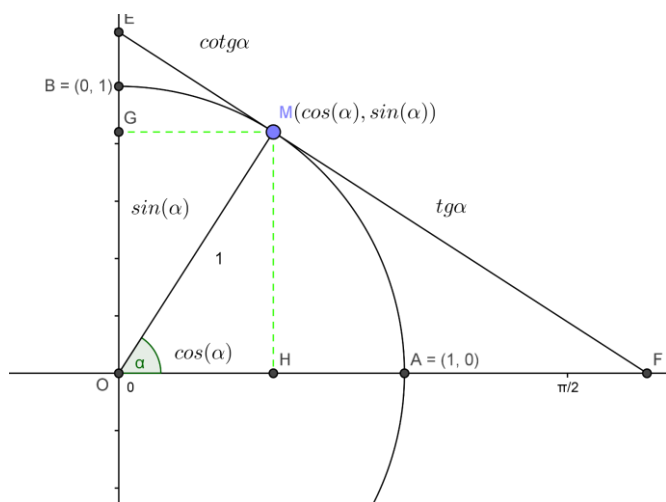
**Задача 4.** Определете ДМ на функцията  $y = \sqrt{2\sin x - 1}$ .

Решението сведохме до определяне стойностите на  $x$ , за които  $2\sin x - 1 \geq 0$



задача\_4\_неравенство.ggb

**Задача 5.** Като използвате метрични зависимости в правоъгълен триъгълник, изразете отсечките ME и MF.



Използвана литература: Учебник по **математика** за **11 клас** ЗП и ПП на издателство „Анубис”, „Архимед”, „Просвета”.